

Wykład 8

**I zasada termodynamiki dla układów zamkniętych
(ujęcie masy kontrolnej)**

**Pierwsza zasada termodynamiki jako równanie kinetyczne
dla układu zamkniętego
(ujęcie masy kontrolnej; zmiana stanu masy kontrolnej)**

Układy otwarte; ujęcie masy kontrolnej i objętości kontrolnej

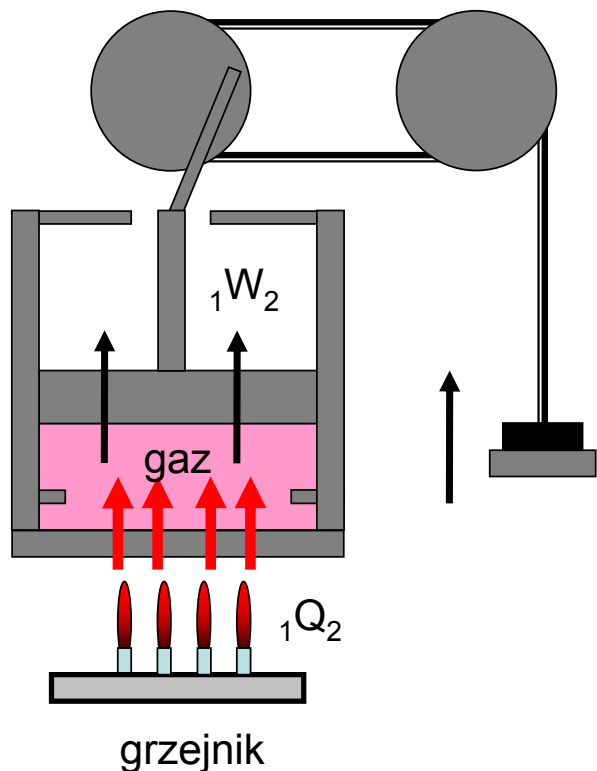
**I zasada termodynamiki dla układów otwartych w
ujęciu masy kontrolnej**

**I zasada termodynamiki w ujęciu objętości kontrolnej;
bilans masy, bilans energii**

**I zasada termodynamiki dla układów otwartych, stacjonarnych,
o ustalonym przepływie (układy SUP)**

**Prędkość czynnika termodynamicznego na wejściu i/lub wyjściu układu
otwartego**

I zasada termodynamiki dla układu zamkniętego (ujęcie masy kontrolnej)



Układ zamknięty (nie ma przepływu masy), ale nie izolowany:

- a) ruchoma granica (tłok) praca zewnętrzna
- b) dopływ ciepła z grzejnika

I zasada w ujęciu masy kontrolnej:

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + {}_1W_2$$

Dla dwóch blisko leżących stanów wzdłuż drogi przemiany:

$$\delta Q = dU + \delta W$$

Po scałkowaniu od stanu 1 do stanu 2:

$$dU \rightarrow \int_1^2 dU = U(2) - U(1)$$

$$\delta Q \rightarrow \int_1^2 \delta Q = {}_1Q_2 \quad \text{i} \quad \delta W \rightarrow \int_1^2 \delta W = {}_1W_2$$

U to funkcja stanu, Q i W nie

Pierwsza zasada termodynamiki jako równanie kinetyczne dla układu zamkniętego (ujęcie masy kontrolnej; zmiana stanu masy kontrolnej)

Dla dwóch blisko leżących stanów wzdłuż drogi przemiany: $\Delta U = \delta Q - \delta W$.

Uwzględniając czas: $\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\delta Q}{\Delta t} - \frac{\delta W}{\Delta t}$ a w granicy $\Delta t \rightarrow 0$ mamy:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{dU}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\delta Q}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\delta W}{\Delta t} = \dot{Q} - \dot{W}$$

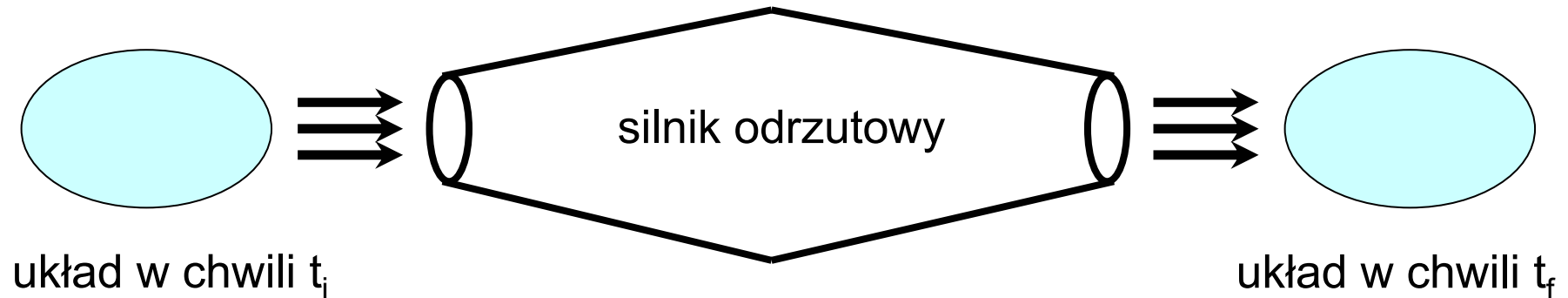
I zasada termodynamiki w postaci równania kinetycznego:

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$

gdzie: $\dot{Q}$ prędkość transferu energii w postaci ciepła przez osłonę bilansową do układu (strumień ciepła)

i: $\dot{W}$ prędkość transferu energii w postaci pracy zewnętrznej z układu przez osłonę bilansową na zewnątrz, strumień pracy, moc

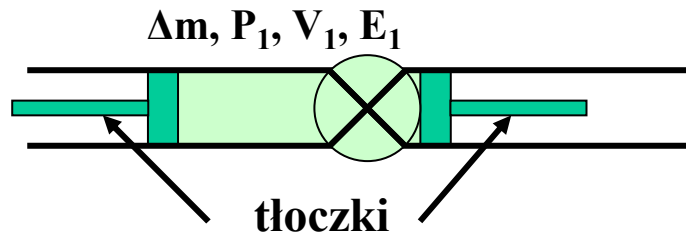
Układy otwarte; ujęcie masy kontrolnej



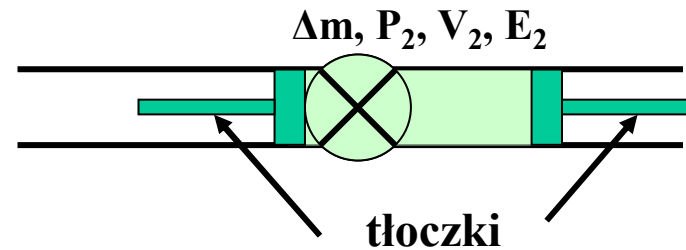
ujęcie objętości kontrolnej



**I zasada dla układów otwartych w ujęciu masy kontrolnej
gaz przepływający przez dławik (zawór dławiący)**



stan 1 (wejście): $\Delta m, P_1, V_1, E_1$



stan 2 (wyjście): $\Delta m, P_2, V_2, E_2$

I zasada: $E_2 - E_1 = -{}_1W_2 + {}_1Q_2$ gdzie $E_{1(2)} = U_{1(2)} + \frac{\Delta m \cdot c_{1(2)}^2}{2} + \Delta m \cdot gZ_{1(2)}$

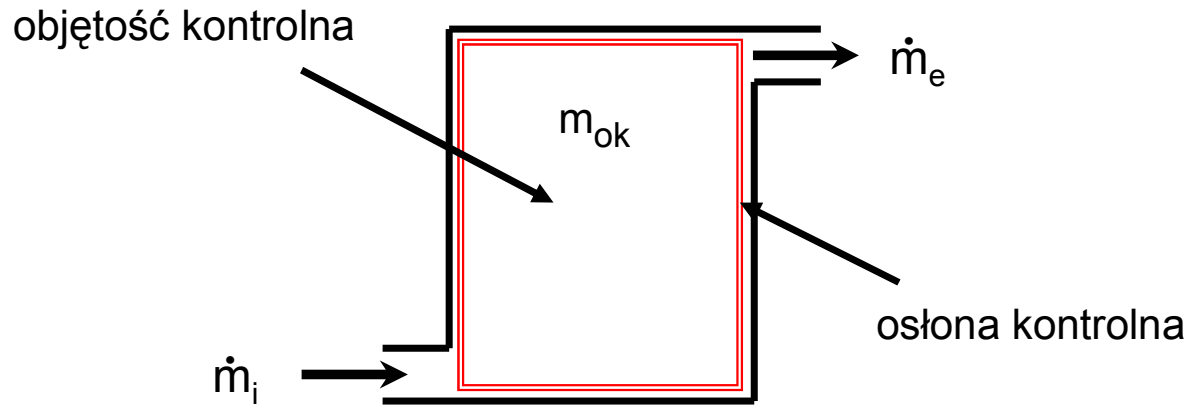
Podczas przejścia przez zawór porcja gazu stanowiąca układ doznała przemiany podczas której nie było transferu ciepła, zmiany en. kin. i pot. i:

- 1. otoczenie (np. pompa, lewy tłoczek) wykonało na niej pracę $P_1 V_1$**
- 2. wykonała pracę przepychając poprzednią porcję gazu (prawy tłoczek) przez zawór, $P_2 V_2$**

Zatem, podczas przemiany: ${}_1Q_2 \cong 0$; $\Delta c \cong 0$; $\Delta Z \cong 0$ i ${}_1W_2 \cong P_2 V_2 - P_1 V_1$

Mamy więc: $U_2 + P_2 V_2 \cong U_1 + P_1 V_1$ czyli: $H_2 \cong H_1$

I zasada dla układów otwartych w ujęciu objętości kontrolnej; bilans masy



Układ otwarty (urządzenie cieplne) z jednym wlotem (i – inlet) i jednym wylotem (e – exit).

Strumienie masy wpływającej i wypływającej:

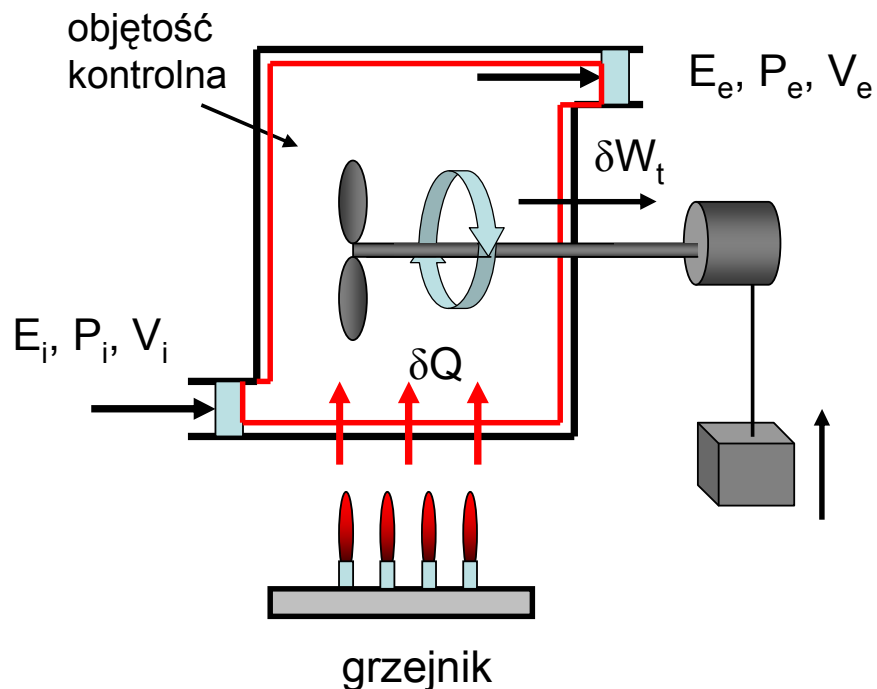
$$\dot{m}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_i}{\Delta t} \quad \dot{m}_e = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m_e}{\Delta t}$$

zmieniają ilość masy w objętości kontrolnej, m_{ok} :

$$\frac{dm_{ok}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_e$$

zasada zachowania masy; bilans masy

I zasada dla układów otwartych w ujęciu objętości kontrolnej; bilans energii



Układ otwarty (urządzenie cieplne) z jednym wlotem (i – inlet) i jednym wylotem (e – exit).

Urządzenie wykonuje pracę techniczną i pobiera ciepło z zewnątrz

BILANS ENERGII

$$\Delta E_{ok} = E_i - E_e + \Delta Q - \Delta W$$

Zmiana energii zawartej w objętości kontrolnej będzie równa energii wniesionej do układu, minus energia usunięta z układu plus ciepło dodane z zewnętrznego źródła, plus praca wykonana na układzie minus praca wykonana przez układ (układem jest urządzenie). Energia E porcji gazu Δm :

$$E = E_{kin} + E_{pot} + U = \Delta m \cdot e = \Delta m \cdot \left(\frac{c^2}{2} + gZ + u \right) \quad \text{gdzie } c \text{ to prędkość, a } Z \text{ to położenie w pionie porcji gazu.}$$

Praca przetłaczania (napełniania):	$P_i V_i$ (wykonana na układzie)
Praca przetłaczania (opróżniania):	$P_e V_e$ (wykonana przez układ)
Praca techniczna:	ΔW_t (praca wykonana przez układ)

Całkowita praca wykonana przez układ:

$$\Delta W = P_e V_e - P_i V_i + \Delta W_t$$

Uwzględniając, że: $V_i = \Delta m_i v_i$ i że: $V_e = \Delta m_e v_e$

otrzymamy: $\Delta W = \Delta m_e P_e v_e - \Delta m_i P_i v_i + \Delta W_t$.

Podstawiając otrzymane wyrażenia do: $\Delta E_{ok} = E_i - E_e + \Delta Q - \Delta W$

otrzymamy:

$$\Delta E_{ok} = \Delta m_i \left(\underbrace{u_i + P_i v_i}_{h_i} + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \Delta m_e \left(\underbrace{u_e + P_e v_e}_{h_e} + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \Delta Q - \Delta W_t$$

a po uwzględnieniu definicji entalpii (właściwej): $h = u + PV$:

$$\Delta E_{ok} = \Delta m_i \left(h_i + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \Delta m_e \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \Delta Q - \Delta W_t.$$

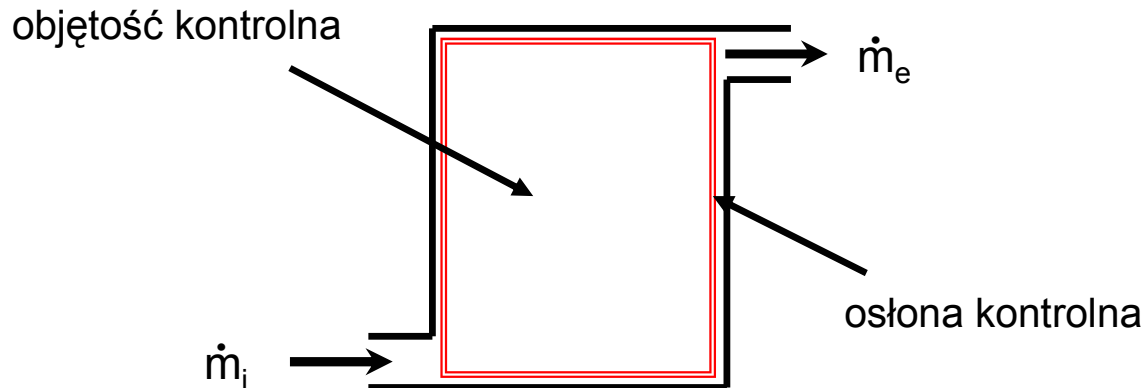
Dzieląc przez Δt i przechodząc do granicy $\Delta t \rightarrow 0$, otrzymamy I zasadę termodynamiki w sformułowaniu objętości kontrolnej:

$$\frac{dE_{ok}}{dt} = \dot{m}_i \left(h_i + \frac{c_i^2}{2} + gZ_i \right) - \dot{m}_e \left(h_e + \frac{c_e^2}{2} + gZ_e \right) + \dot{Q} - \dot{W}_t.$$

Warto przypomnieć, że strumień (natężenie przepływu) wielkości X :

$$\dot{X} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

I zasada termodynamiki dla układów otwartych, stacjonarnych, o ustalonym przepływie (układy SUP)



Układ stacjonarny o ustalonym przepływie to układ otwarty o ustalonym przepływie stan którego, lub stany jego wydzielonych części, nie zmieniają się w czasie.

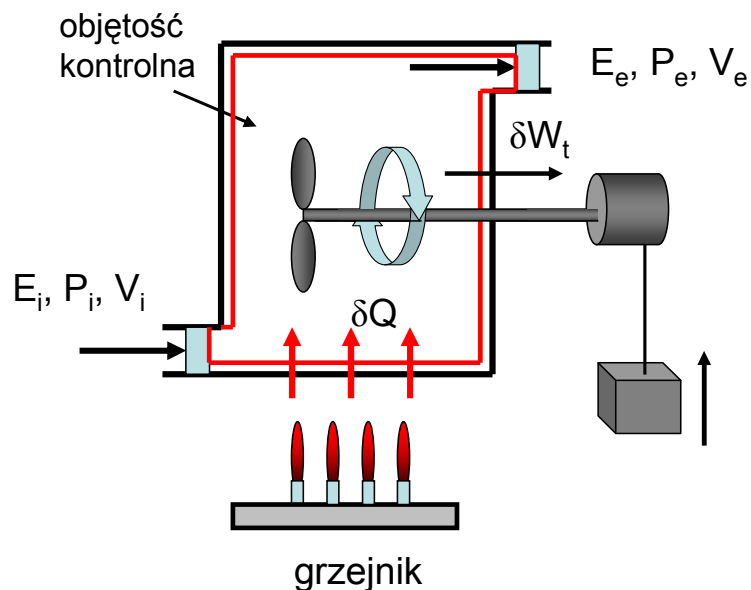
Do warunku: $\frac{dm_{ok}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_e$ **BILANS MASY**

Dokładamy warunek stacjonarnego przepływu: $\dot{m}_i = \text{const}$
 $\dot{m}_e = \text{const}$

Z kolei dla układu w stanie ustalonym (stacjonarnego): $\frac{dm_{ok}}{dt} = 0$ i $\frac{dE_{ok}}{dt} = 0$

Co oznacza, że: $\frac{dm_{ok}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_e = 0$ czyli: $\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m}$

I zasada termodynamiki dla układów otwartych, stacjonarnych, o ustalonym przepływie (układy SUP)



Układ otwarty:

W czasie Δt do objętości kontrolnej wpływa masa Δm_i o objętości V_i i energii E_i , pod ciśnieniem P_i . Wypływa masa Δm_e o objętości V_e , energii E_e , pod ciśnieniem P_e . W tym czasie układ pobiera ciepło δQ i wykonuje pracę techniczną δW_t

Dla USUPu: $\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m}$

oraz:
$$\frac{dE_{ok}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_t + \dot{m} \left(h_i + \frac{1}{2} c_i^2 + \cancel{g z_i} \right) - \dot{m} \left(h_e + \frac{1}{2} c_e^2 + \cancel{g z_e} \right) = 0$$

Ponieważ:
$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \xleftarrow{0 \leftarrow \Delta t} \frac{\delta Q / \Delta t}{\Delta m / \Delta t} = \frac{\delta Q}{\Delta m} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} q \quad \text{ i } \quad \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}} \xleftarrow{0 \leftarrow \Delta t} \frac{\delta W_t / \Delta t}{\Delta m / \Delta t} = \frac{\delta W_t}{\Delta m} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} w_t$$

mamy ostatecznie:

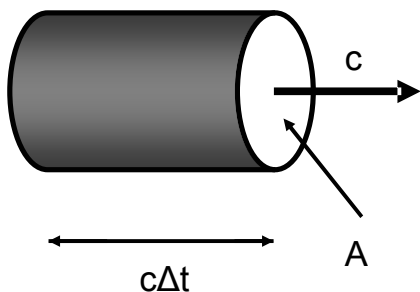
$$q + h_i + \frac{c_i^2}{2 \times 1000} = h_e + \frac{c_e^2}{2 \times 1000} + w_t \quad \text{w kJ/kg}$$

Prędkość czynnika termodynamicznego na wejściu i/lub wyjściu układu otwartego

Prędkości czynnika c_i i c_e na wejściu i/lub wyjściu układu otwartego (niekoniecznie stacjonarnego) nie są niezależne od innych parametrów układu.

Ponieważ:
$$\dot{m}_{i(e)} = c_{i(e)} \frac{A_{i(e)}}{v_{i(e)}}$$

gdzie $A_{i(e)}$ to przekroje, a $v_{i(e)}$ objętości właściwe czynnika na wejściu i wyjściu, widać, że przy dużej zmianie objętości właściwej (np. gdy czynnik zmienia fazę z ciekłej na lotną lub odwrotnie) i niesprzyjającym stosunku przekrojów, możemy mieć dużą zmianę prędkości czynnika i konieczność uwzględnienia jego energii kinetycznej (tak działa silnik odrzutowy).



Uzasadnienie wzoru:

Rurą o przekroju A płynie gaz z prędkością c . Przez przekrój A w wybranym, ustalonym punkcie rury przepływa w czasie Δt gaz, zawarty w cylindrze o przekroju A i długości $c\Delta t$.

Masa tego gazu będzie:
$$m = \frac{V}{v}$$

gdzie V to objętość cylindra a v objętość właściwa gazu. Podstawiając $V = A c \Delta t$ i dzieląc obie strony przez Δt otrzymamy:

$$\dot{m} = \frac{A \cdot c}{v}$$

Oczywiście mamy także: $A = \pi R^2/4$, gdzie R jest średnicą rury przez którą płynie gaz.

Przykład

W rurze o średnicy 20 cm płynie powietrze z prędkością 0,1 m/s. Temperatura powietrza wynosi 25°C i ciśnienie 150 kPa. Oblicz strumień masy powietrza płynącego rurą.

Odp. 0,0055 kg/s

Rozwiązanie:

Z tabeli A.5 SBvW znajdujemy dla powietrza w warunkach normalnych (25°C, 100 kPa) $R = 0,287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$. Stąd $v = RT/P = 0,287 \cdot 298,2 / 150 = 0,5705 \text{ m}^3/\text{kg}$. Przekrój $A = \pi(0,2)^2/4 = 0,0314 \text{ m}^2$. $\dot{m} = c \cdot A/v = 0,1 \cdot 0,0314 / 0,5705 = 0,0055 \text{ kg/s}$